patromat
MATEMATYCZNY OPIEKUN

w tym arkuszu znajdziesz moje typy na pewniaki

oraz zadania które dadzą Ci wynik

Egzamin maturalny Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

CZAS TRWANIA: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Symbol arkusza
EMAP-P0-**100**-2408

OZNACZENIA:

- to jest proste zadanie - spróbuj je rozwiązać

PEWNIAK • ten typ zadania często pojawia się na maturze

F23 • takie samo zadanie znajdziesz arkuszu w formule 2023

F15 • ten typ zadania pojawia się tylko w arkuszach w formule 2015

Zadanie 1. (0–1)

Komputer początkowo kosztował 2950 zł. Po trzech miesiącach jego cenę obniżono o 20%. Po kolejnym miesiącu nową cenę obniżono o kolejnych 20%.

Cena komputera po tych dwóch obniżkach jest równa

A. 2360 zł **B.** 1888 zł **C.** 2832 zł **D.** 1770 zł

PEWNIAK F23

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\left(\frac{4}{25}\right)^{-0,5}$ jest równa

A. $0,04$ **B.** $0,8$ **C.** $2,5$ **D.** $0,4$

$\left(\frac{4}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{25}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2,5$

odwróć ułamek „do góry nogami"

potęga $\frac{1}{2}$ to inaczej pierwiastek $\sqrt{\ }$

PEWNIAK

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_2 40 - \log_2 5$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 8

$\log_2 40 - \log_2 5 = \log_2\left(\frac{40}{5}\right) = \log_2 8 = 3$

PEWNIAK

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $(\sqrt{8}-\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{8})$ jest równa

A. 60 **B.** 6 **C.** $\sqrt{60}$ **D.** 0

! Na maturze w tym miejscu najczęściej jest pewniak ze wzorami skróconego mnożenia

$$(\sqrt{8}-\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{8}) = \sqrt{16}+8-2-\sqrt{16} = 6$$

Mnożę „każdy z każdym"

PEWNIAK

Zadanie 5. (0–1)

F23

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\frac{3(6-x)}{17} \leq 3$$

jest przedział

A. $(-\infty,-11)$ **B.** $(-\infty,-11\rangle$ **C.** $(-11,+\infty)$ **D.** $\langle -11,+\infty)$

$$\frac{3(6-x)}{17} \leq 3 \quad |\cdot 17$$

$$3(6-x) \leq 51$$

$$18-3x \leq 51$$

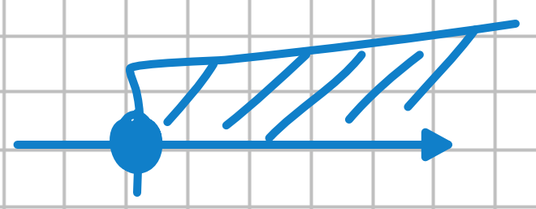
$$-3x \leq 33 \quad |\cdot(-3)$$

Odwróć znak $\leq$

$$x \geq -11$$

strzałka $\rightarrow$

$x \geqslant -11$



$$x \in [-11, +\infty)$$

Zadanie 6. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-1}{2x-6}=\frac{4}{7}$ jest liczba

A. (-5) **B.** (-2) **C.** 1 **D.** 17

„NA KRZYŻ"

$$\frac{x-1}{2x-6}=\frac{4}{7}$$

$$(x-1)\cdot 7=(2x-6)\cdot 4$$
$$7x-7=8x-24$$
$$7x-8x=-24+7$$
$$-x=-17 \mid \cdot(-1)$$
$$x=17$$

① KROK PIERWSZY!

$2x-6\neq 0$

$2x\neq 6 \mid 2$

$x\neq 3$

„liczba zakazana"

Zadanie 7. (0–1)

Równanie $\frac{x(x+5)(2-x)}{2x+4}=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: (-5) oraz 2.

B. dwa rozwiązania: (-5) oraz 0.

C. trzy rozwiązania: (-5), 0 oraz 2.

D. cztery rozwiązania: (-5), (-2), 0 oraz 2.

$$\frac{x(x+5)(2-x)}{2x+4}=\frac{0}{1}$$

$$x(x+5)(2-x)=(2x+4)\cdot 0$$

$$x(x+5)(2-x)=0$$

$x=0$ ✓

$x+5=0$

$x=-5$ ✓

$2-x=0$

$-x=-2 \mid \cdot(-1)$

$x=2$ ✓

① KROK PIERWSZY

$2x+4\neq 0$

$2x\neq -4 \mid 2$

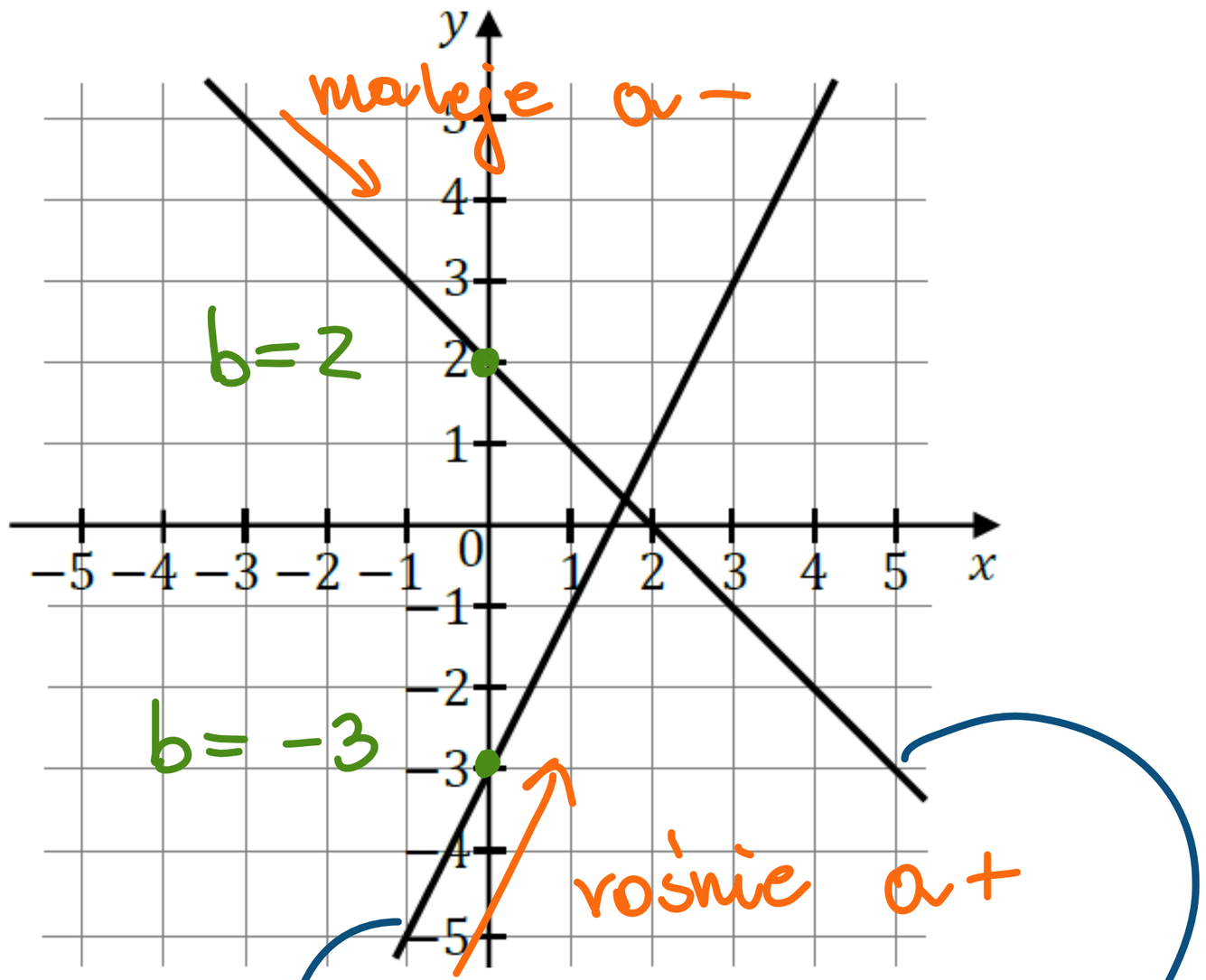
$x\neq -2$

„liczba zakazana"

PEWNIAK

Zadanie 8. (0–1) F23

Na rysunku, w układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono interpretację geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

Informacja do zadań 9.–10.

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-3	-4	4	1	5	0	2

PEWNIAK

Zadanie 9. (0–1) F23

Największa wartość funkcji f jest równa największy y

A. 2 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

PEWNIAK

Zadanie 10. (0–1) F23

Miejsce zerowe funkcji f jest równe x dla którego y = 0

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Informacja do zadań 11.–12.

Pusta bańka na mleko o pojemności 10 litrów ma masę $6{,}5$ kg.
Jeden litr mleka ma masę $1{,}03$ kg.
Niech x oznacza liczbę litrów mleka w tej bańce, a $g(x)$ oznacza wyrażoną w kilogramach masę bańki wraz z mlekiem, gdzie $x \in \langle 0, 10 \rangle$.

F23

Zadanie 11. (0–1)

Największa wartość funkcji g jest równa

A. $16{,}8$ **B.** $15{,}8$ **C.** $11{,}3$ **D.** $10{,}3$

F23

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja g jest określona wzorem

A. $g(x) = 6{,}5x + 1{,}03$

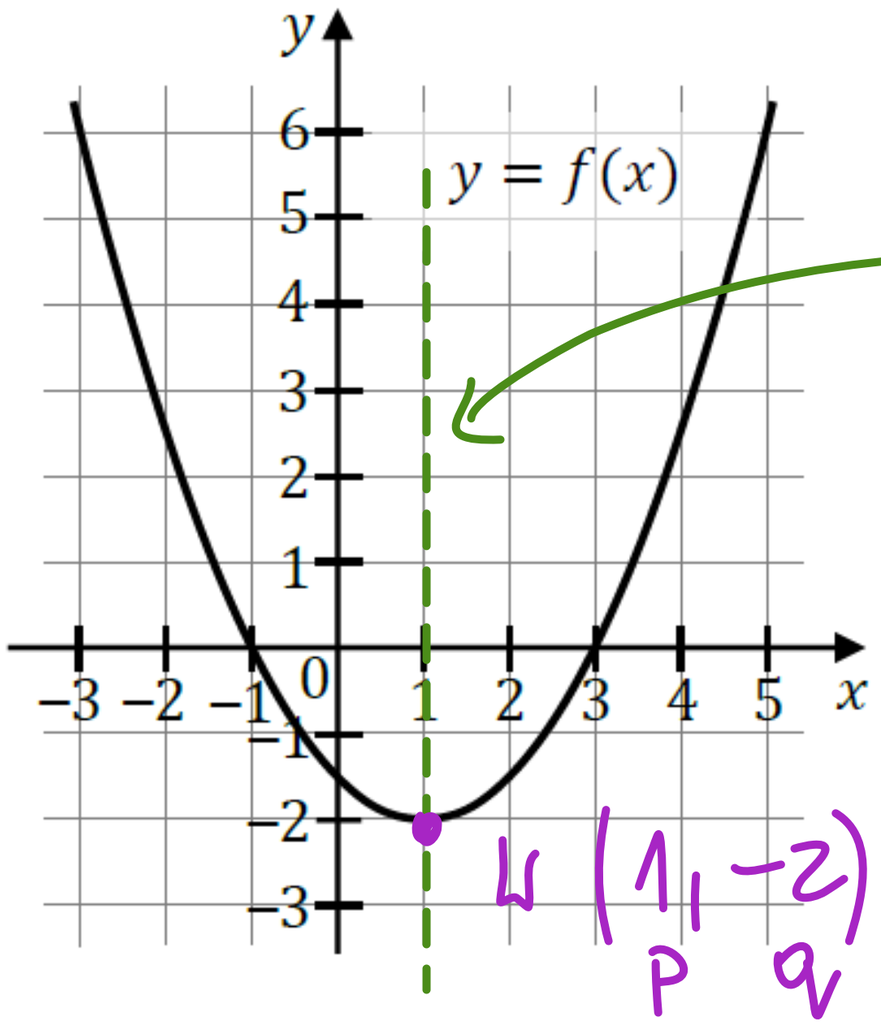
B. $g(x) = 1{,}03x + 10$

C. $g(x) = 10x + 1{,}03$

D. $g(x) = 1{,}03x + 6{,}5$

Informacja do zadań 13.–15.

Na rysunku, w układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



oś symetrii $x = 1$

W (1, −2)
p q

PEWNIAK

F23

Zadanie 13. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

na osi Oy

A. $(-\infty, -2\rangle$ **B.** $\langle 1, +\infty)$ **C.** $\langle -1, 3\rangle$ **D.** $\langle -2, +\infty)$

PEWNIAK

F23

Zadanie 14. (0–1)

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 1$ **B.** $y = 1$ **C.** $x = -2$ **D.** $y = -2$

PEWNIAK

F23

Zadanie 15. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem

A. $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$ **B.** $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$

C. $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$ **D.** $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$

W (1, −2)
p q

$f(x) = a(x-p)^2 + q$

$f(x) = a(x-1)^2 - 2$

PEWNIAK

Zadanie 16. (0–1) F23

Trzywyrazowy ciąg $(2m-5,\ 4,\ 9)$ jest arytmetyczny.

Liczba m jest równa

A. (-1) **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\frac{61}{18}$

BARDZO CZĘSTO NA MATURZE!

$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$ — wzór na sąsiednie wyrazy ciągu arytmetycznego

$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

podstawiamy

$4 = \frac{2m-5+9}{2} \mid \cdot 2$

$8 = 2m + 4$

$-2m = -4 \mid \cdot (-2)$

$m = 2$

PEWNIAK

Zadanie 17. (0–1) F23

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = 2$ oraz $a_5 = 54$.

Iloraz ciągu (a_n) jest równy

A. 3 **B.** 9 **C.** $\frac{52}{3}$ **D.** 27

$a_2 = 2$, $a_3 = 6$, $a_4 = 18$, $a_5 = 54$

$q = 3$ ($\cdot 3$, $\cdot 3$, $\cdot 3$)

Zadanie 18. (0–1) F23

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Suma n początkowych wyrazów tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 2n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 5 **B.** 7 **C.** 13 **D.** 15

Zadanie 19. (0–1)

F23

W trójkącie prostokątnym ABC sinus kąta CAB jest równy $\frac{3}{5}$, a przeciwprostokątna AB jest o 8 dłuższa od przyprostokątnej BC.

Długość przeciwprostokątnej AB tego trójkąta jest równa

A. 18 **B.** 20 **C.** 24 **D.** 25

Zadanie 20. (0–1)

F23

Kąt α jest ostry oraz $\cos\alpha = \frac{24}{25}$.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{7}{18}$ **B.** $\frac{7}{24}$ **C.** $\frac{7}{25}$ **D.** $\frac{18}{25}$

Zadanie 21. (0–1)

F23

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 5$, $|AC| = 2$ oraz $\sin|\sphericalangle BAC| = \frac{3}{5}$.

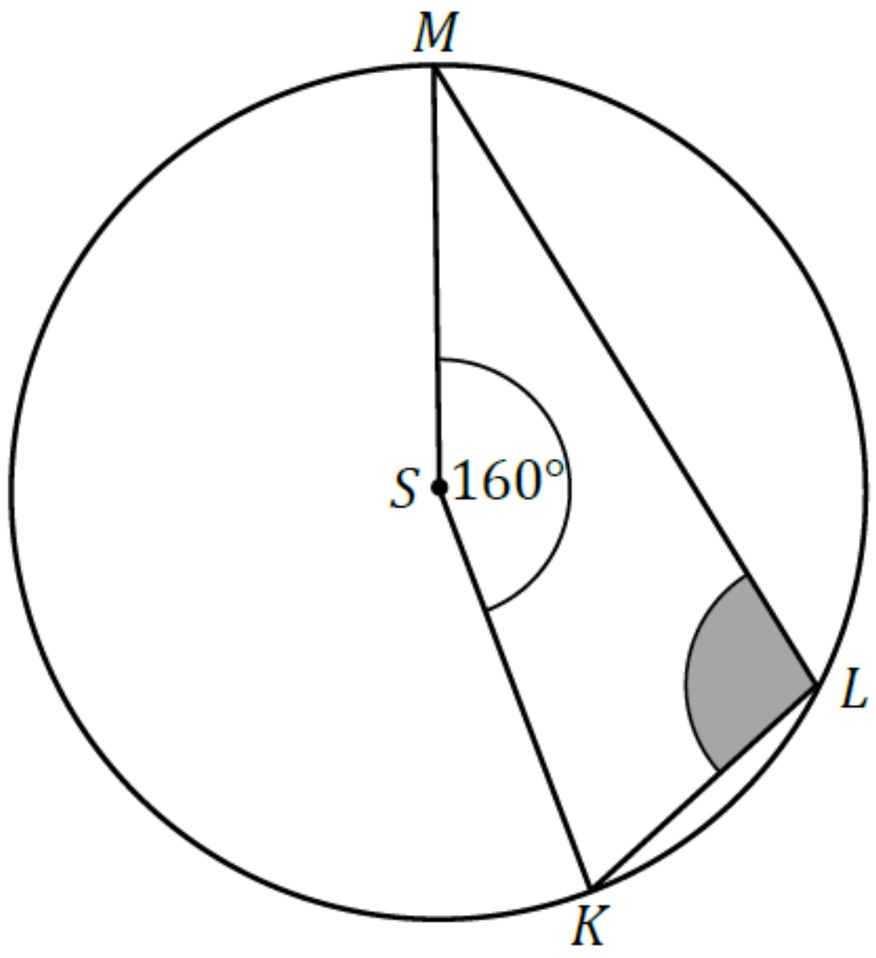
Pole trójkąta ABC jest równe

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 10

Zadanie 22. (0–1)

F23

Punkty K, L oraz M leżą na okręgu o środku w punkcie S. Miara kąta KSM jest równa 160° (zobacz rysunek).



Miara kąta wpisanego KLM jest równa

A. 80° **B.** 90° **C.** 100° **D.** 110°

Zadanie 23. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (3m-2)x - 2$$

$$l\colon\ y = (2m+4)x + 2$$

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-6) **B.** (-2) **C.** 2 **D.** 6

$a_1 = a_2$

$3m - 2 = 2m + 4$

$3m - 2m = 4 + 2$

$m = 6$

Zadanie 24. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (-4, 7)$ oraz $B = (6, -1)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

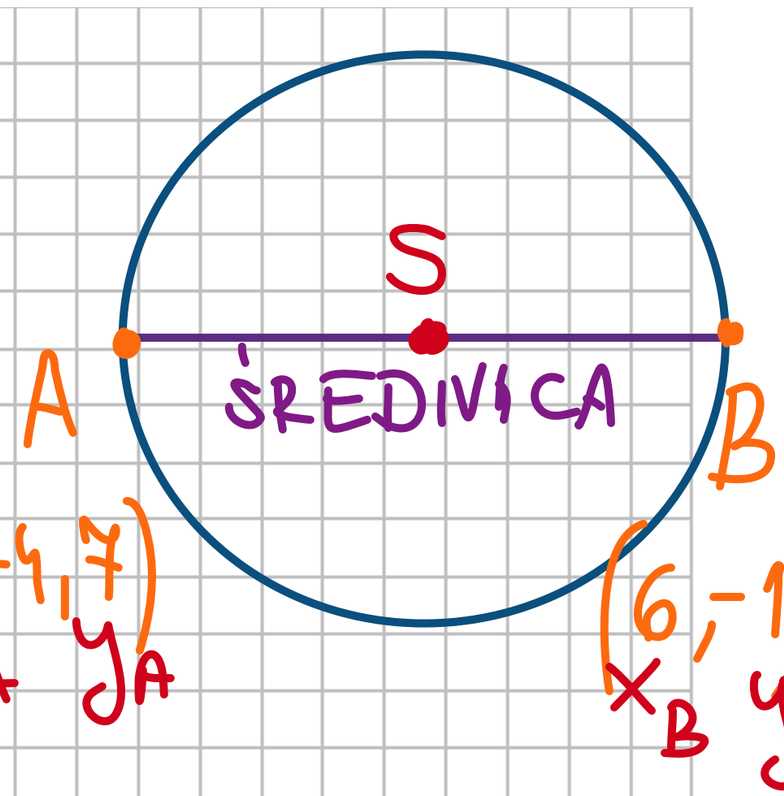
Środkiem okręgu $\mathcal{O}$ jest punkt o współrzędnych

A. $(1, 3)$ **B.** $(5, -4)$ **C.** $(1, -3)$ **D.** $(5, 4)$

TAB str 4

Współrzędne środka odcinka AB:

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$



$$S = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{7-1}{2}\right)$$

$$S = \left(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}\right)$$

$$S = (1, 3)$$

Zadanie 25. (0–1)

F23

Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12.

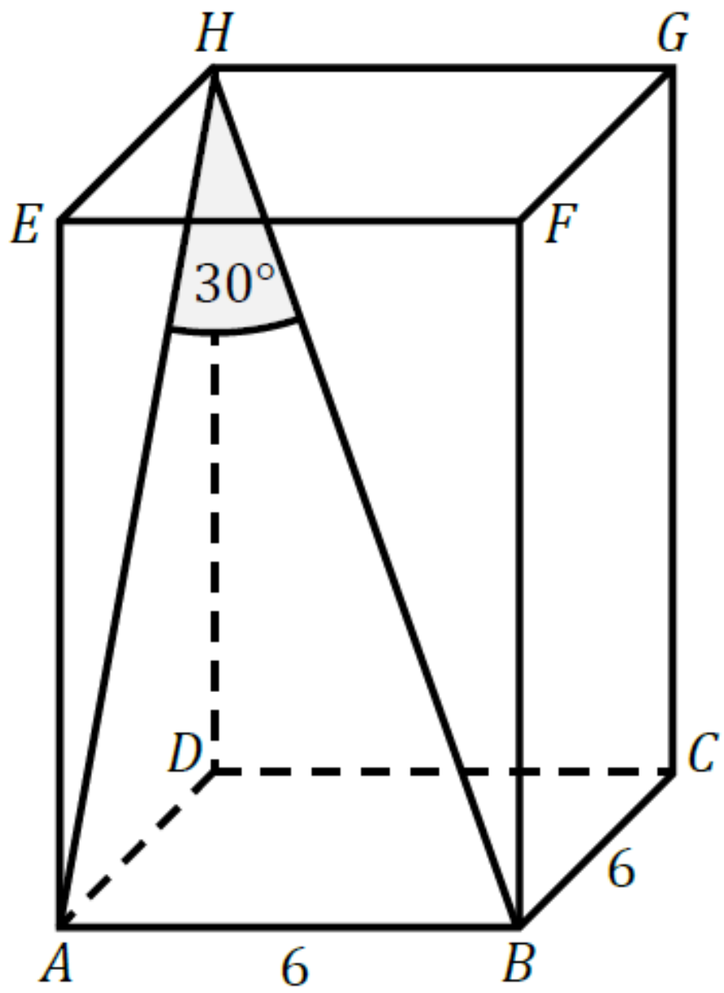
Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa

A. 10 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 13

Zadanie 26. (0–1)

F23

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym podstawy $ABCD$ i $EFGH$ są kwadratami o boku długości 6. Przekątna BH tego prostopadłościanu tworzy z przekątną AH ściany bocznej $ADHE$ kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).



Przekątna BH tego prostopadłościanu ma długość równą

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $12\sqrt{2}$

F23

Zadanie 27. (0–1)

Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10.

Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe

A. 376 **B.** 466 **C.** 480 **D.** 720

PEWNIAK

F23

Zadanie 28. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfra dziesiątek jest o 3 większa od cyfry jedności, jest

A. 3 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 13

DZ J

Wypisujemy

96, 85, 74, 63, 52, 41, 30

Zadanie 29. (0–1)

W tabeli zestawiono liczbę punktów uzyskanych przez 32 uczniów pewnej klasy za rozwiązanie jednego z zadań testu z matematyki.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	2	2	5	6	11	6

Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie tego zadania przez uczniów tej klasy jest równa

A. 2,5 **B.** 3,25 **C.** 3,31 **D.** 4

$$\frac{0\cdot 2+1\cdot 2+2\cdot 5+3\cdot 6+4\cdot 11+5\cdot 6}{32}=\frac{104}{32}=3{,}25$$

32 uczniów → 32

PEWNIAK

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność

!MEGA WAŻNE ZADANIE – co roku na maturze!

$$x(x+2) \leq 3$$

$$x^2+2x \leq 3$$

Funkcja MNIEJSZA (lub równa) od zera

$$x^2+2x-3 \leq 0$$

kolorujs to co jest pod osią

$a=1 \quad b=2 \quad c=-3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$

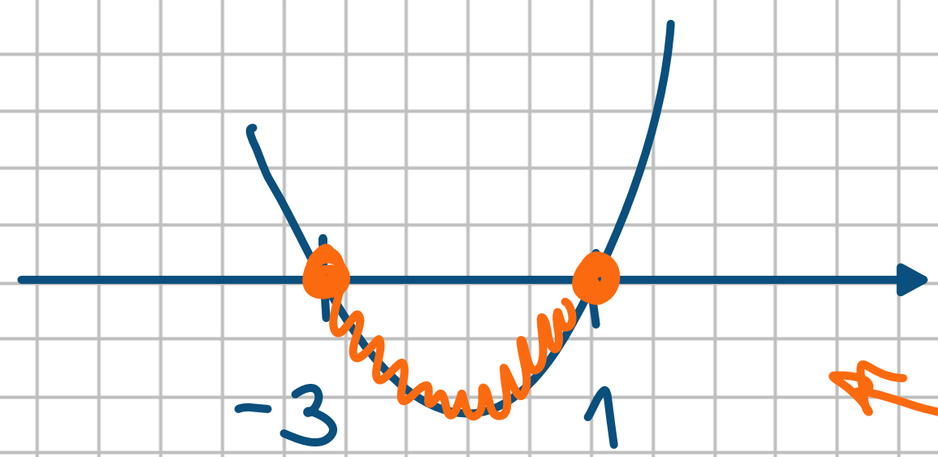
$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

$\sqrt{\Delta} = 4$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-4}{2\cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+4}{2\cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$



Odp: $x \in \langle -3, 1 \rangle$

Zadanie 31. (0–2) F15

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y takich, że $x \neq 2y$, prawdziwa jest nierówność

$$x^2 + 4y^2 - 4 > 4(xy - 1)$$

Zadanie 32. (0–2)

F23

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3$.

W układzie współrzędnych (x,y) wykres funkcji $y=f(x)$ jest prostą, która jest nachylona do osi Ox pod kątem ostrym α i przecina oś Oy w punkcie P.

Oblicz sinus kąta α oraz drugą współrzędną punktu P.

Zadanie 33. (0–2)

Ciąg (a_1, a_2, a_3, a_4) jest arytmetyczny.

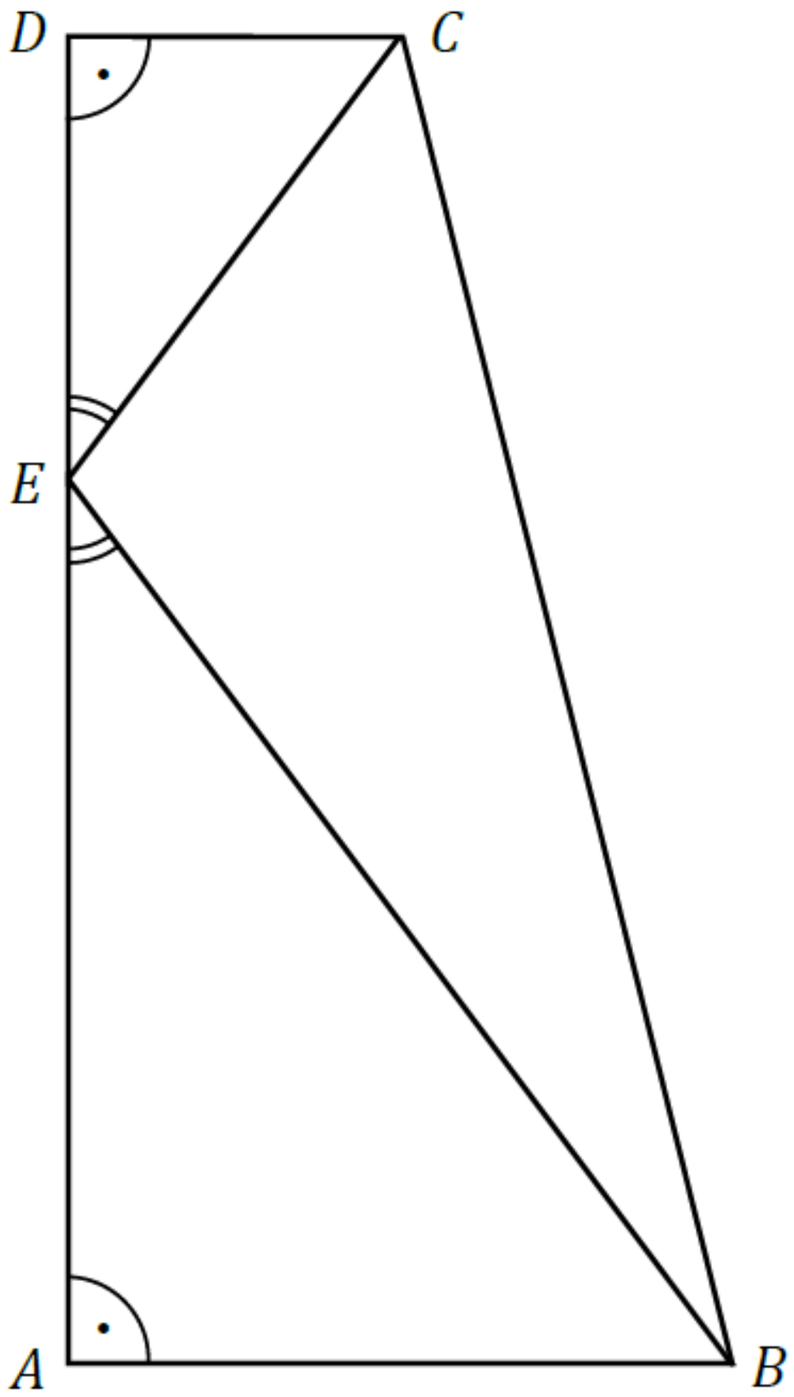
Suma pierwszego i drugiego wyrazu jest o 12 większa od sumy trzeciego i czwartego wyrazu tego ciągu.

Oblicz różnicę tego ciągu.

F23

Zadanie 34. (0–2)

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 12$ oraz $|CD| = 6$. Wysokość AD tego trapezu ma długość 24. Na odcinku AD leży punkt E taki, że $|\sphericalangle BEA| = |\sphericalangle CED|$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka BE.

PEWNIAK

F23

Zadanie 35. (0–2)

Dane są dwa zbiory: $C = \{0, 4, 5, 7, 9\}$ oraz $D = \{1, 2, 3\}$.

Losujemy jedną liczbę ze zbioru C, a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie większa od 9.

5 liczb

3 liczby

$|\Omega| = 5 \cdot 3 = 15$

$A = \{(7,3), (9,1), (9,2), (9,3)\}$

$7+3$ $\quad$ $9+1$ $\quad$ $9+2$ $\quad$ $9+3$

$|A| = 4$

↑ ile wariantów

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ $\qquad$ $P(A) = \frac{4}{15}$

Odp: $\frac{4}{15}$

F23

Zadanie 36. (0–5)

W układzie współrzędnych (x, y) przekątne równoległoboku $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = (9, 11)$. Bok AB tego równoległoboku zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - 1$, a bok AD zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x - 4$.

Oblicz współrzędne wierzchołka B oraz długość odcinka BS.

matura została uzupełniona o to zadanie

patromat MATEMATYCZNY OPIEKUN

F23

Zadanie 37. (0–4)

Dany jest stożek, którego tworząca ma długość $8\sqrt{2}$ i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45°.

Oblicz objętość, pole powierzchni całkowitej oraz kąt rozwarcia tego stożka.